

説明

数列 $\{a_n\}$ で $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = S_n$ とすると

$n \geq 2$ のとき

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n = S_n$$

$$S_{n-1} + a_n = S_n$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

公式（数列の和と一般項）

初項から第 n 項までの和を S_n とすると

$$n \geq 2 \text{ のとき} \qquad a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$n = 1 \text{ のとき} \qquad a_1 = S_1$$

$S_n = n^2 + 2n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい

$n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= (n^2 + 2n) - \left((n-1)^2 + 2(n-1) \right) \\ &= n^2 + 2n - (n^2 - 2n + 1 + 2n - 2) \\ &= n^2 + 2n - (n^2 - 1) \\ &= n^2 + 2n - n^2 + 1 = 2n + 1 \end{aligned}$$



$S_n = n^2 + 2n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい

$n = 1$ のとき $a_1 = S_1 = 1^2 + 2 \cdot 1 = 3$ なので
さっき求めた $a_n = 2n + 1$ は $n = 1$ のときも成
り立つ。

☐ $a_n = 2n + 1$

$S_n = n^2 - n - 1$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ

$n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= (n^2 - n - 1) - \left((n-1)^2 - (n-1) - 1 \right) \\ &= n^2 - n - 1 - (n^2 - 2n + 1 - n + 1 - 1) \\ &= n^2 - n - 1 - (n^2 - 3n + 1) \\ &= n^2 - n - 1 - n^2 + 3n - 1 = 2n - 2 \end{aligned}$$



$S_n = n^2 - n - 1$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ

$n = 1$ のとき $a_1 = S_1 = 1^2 - 1 - 1 = -1$ なので
さっき求めた $a_n = 2n - 2$ は $n = 1$ のとき成り
立たない。

仕方がないので a_1 のときは別に書く

☐ 答 $a_1 = -1, \quad n \geq 2$ のとき $a_n = 2n - 2$