説明

数列 $\{a_n\}$ で $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=S_n$ とすると

$n \geqq 2$ のとき

$$
\begin{aligned}
a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-1}+a_n &= S_n \\
S_{n-1}+a_n &= S_n \\
a_n &= S_n-S_{n-1}
\end{aligned}
$$

公式（数列の和と一般項）

初項から第 n 項までの和を S_n とすると

$n \geqq 2$ のとき　　$a_n = S_n - S_{n-1}$

$n = 1$ のとき　　$a_1 = S_1$

$S_n = n^2 + 2n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい

$n \geqq 2$ のとき

$$
\begin{aligned}
a_n &= S_n - S_{n-1} \\
&= (n^2+2n) - \left((n-1)^2 + 2(n-1)\right) \\
&= n^2+2n - (n^2-2n+1+2n-2) \\
&= n^2+2n - (n^2-1) \\
&= n^2+2n - n^2+1 \qquad = 2n+1
\end{aligned}
$$

一旦停止

$S_n = n^2 + 2n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい

$n = 1$ のとき $a_1 = S_1 = 1^2 + 2\cdot 1 = 3$ なので
さっき求めた $a_n = 2n + 1$ は $n = 1$ のときも成り立つ。

$\boxed{答}$　$a_n = 2n + 1$

$S_n = n^2 - n - 1$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ

$n \geqq 2$ のとき

$$
\begin{aligned}
a_n &= S_n - S_{n-1} \\
&= (n^2 - n - 1) - \left((n-1)^2 - (n-1) - 1\right) \\
&= n^2 - n - 1 - (n^2 - 2n + 1 - n + 1 - 1) \\
&= n^2 - n - 1 - (n^2 - 3n + 1) \\
&= n^2 - n - 1 - n^2 + 3n - 1 \quad = 2n - 2
\end{aligned}
$$

一旦停止

$S_n=n^2-n-1$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ

$n=1$ のとき $a_1=S_1=1^2-1-1=-1$ なのでさっき求めた $a_n=2n-2$ は $n=1$ のとき成り立たない。

仕方がないので a_1 のときは別に書く

答　$a_1=-1,\quad n\geqq 2$ のとき $a_n=2n-2$